

Разбор заданий краевой олимпиады «Пять с плюсом»

по математике

для 6 класса

2023/24 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

На карточках написаны все двузначные числа от 10 до 99 (одно число на одной карточке). Все эти карточки лежат на столе числами вниз. Какое наименьшее количество карточек нужно перевернуть, чтобы гарантированно хотя бы одно из открывшихся чисел делилось на 9??

Ответ:

81

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Всего карточек $99 - 9 = 90$. Двузначных чисел, делящихся на 9, ровно 10 ($18 = 9 \cdot 2$, $27 = 9 \cdot 3$, . . . , $99 = 9 \cdot 11$). Если перевернуть 80 или меньше карточек, то эти десять карточек могут оказаться закрытыми. Значит, в исходном положении можно оставить не более 9 карточек, а остальные необходимо открыть. Значит, перевернуть надо хотя бы 81.

Задание № 1.2

Условие:

На карточках написаны все двузначные числа от 10 до 99 (одно число на одной карточке). Все эти карточки лежат на столе числами вниз. Какое наименьшее количество карточек нужно перевернуть, чтобы гарантированно хотя бы одно из открывшихся чисел делилось на 8?

Ответ:

80

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 1.3

Условие:

На карточках написаны все числа от 11 до 110 (одно число на одной карточке). Все эти карточки лежат на столе числами вниз. Какое наименьшее количество карточек нужно перевернуть, чтобы гарантированно хотя бы одно из открывшихся чисел делилось на 10?

Ответ:

91

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 1.4

Условие:

На карточках написаны все числа от 11 до 110 (одно число на одной карточке). Все эти карточки лежат на столе числами вниз. Какое наименьшее количество карточек нужно перевернуть, чтобы гарантированно хотя бы одно из открывшихся чисел делилось на 9?

Ответ:

90

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 2.1

Условие:

Три кота — Карамелька, Коржик и Компот — вместе с другими котятами ходили в лес за грибами. Если Карамелька отдаст половину своих грибов Коржику, то у всех котят станет поровну грибов, а если вместо этого Карамелька отдаст все свои грибы Компоту, то у Компота станет столько же грибов, сколько у всех остальных вместе взятых. Сколько всего котят ходило за грибами?

Ответ:

6

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Пусть Карамелька отдала половину грибов Коржику. Теперь у всех ребят поровну грибов (это означает, что у Коржика своих грибов не было). Чтобы Компот теперь получил все Карамелькины грибы, ему надо забрать грибы у Коржика и Карамельки. У него тогда будут грибы трёх котят – Коржика, Карамельки и его собственные. Еще столько же будет у остальных (у которых грибов было поровну), значит, с Карамелькой, Коржиком и Компотом в лес ходило еще трое котят, а всего шестеро.

Задание № 2.2

Условие:

Три кота — Карамелька, Коржик и Компот — вместе с другими котятами ходили в лес за грибами. Если Карамелька отдаст половину своих грибов Коржику, то у всех котят станет поровну грибов, а если вместо этого Карамелька отдаст все свои грибы Компоту, то у Компота станет столько же грибов, сколько у всех остальных вместе взятых. У скольких котят собрано одинаковое количество грибов?

Ответ:

4

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1.

Задание № 2.3

Условие:

Три кота — Карамелька, Коржик и Компот — вместе с другими котятами ходили в лес за грибами. Если Карамелька отдаст половину своих грибов Коржику, то у всех котят станет поровну грибов, а если вместо этого Карамелька отдаст все свои грибы Компоту, то у Компота станет в два раза меньше грибов, сколько у всех остальных вместе взятых. Сколько котят ходило за грибами?

Ответ:

9

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1.

Задание № 2.4

Условие:

Три кота — Карамелька, Коржик и Компот — вместе с другими котятами ходили в лес за грибами. Если Карамелька отдаст половину своих грибов Коржику, то у всех котят станет поровну грибов, а если вместо этого Карамелька отдаст все свои грибы Компоту, то у Компота станет в два раза меньше грибов, чем у всех остальных вместе взятых. У скольких котят собрано одинаковое количество грибов?

Ответ:

7

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1.

Задание № 3.1

Условие:

Кеша сконструировал кубик Рубика размера $5 \times 5 \times 5$. Тучка взялся его покрасить, но по ошибке раскрасил все грани в один цвет. Тогда Кеша решил разобрать его на одинаковые кубики с ребром 1 и собрать что-нибудь другое. Сколько у него получится маленьких кубиков с одной покрашенной гранью?

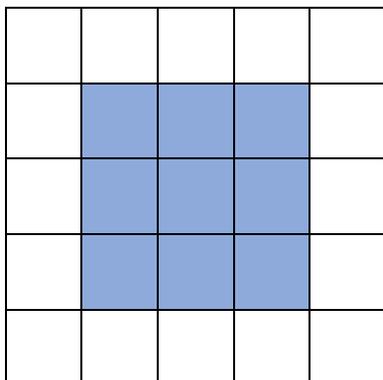
Ответ:

54

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

У куба 6 граней, на каждой по 9 маленьких кубиков с одной покрашенной гранью (показаны синим). Значит всего таких кубиков будет $6 \cdot 9 = 54$



Задание № 3.2

Условие:

Кеша сконструировал кубик Рубика размера $6 \times 6 \times 6$. Тучка взялся его покрасить, но по ошибке раскрасил все грани в один цвет. Тогда Кеша решил разобрать его на одинаковые кубики с ребром 11 и собрать что-нибудь другое. Сколько у него получится маленьких кубиков с одной покрашенной гранью?

Ответ:

96

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1.

Задание № 3.3

Условие:

Кеша сконструировал кубик Рубика размера $7 \times 7 \times 7$. Тучка взялся его покрасить, но по ошибке раскрасил все грани в один цвет. Тогда Кеша решил разобрать его на одинаковые кубики с ребром 11 и собрать что-нибудь другое. Сколько у него получится маленьких кубиков с одной покрашенной гранью?

Ответ:

150

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1.

Задание № 4.1

Условие:

Как-то Петя сказал: «День, когда послезавтра станет "вчера", будет так же далеко от понедельника, как и тот день, когда позавчера было "завтра"». В какой день недели это сказано?

Ответ:

Понедельник

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

День, когда послезавтра станет "вчера" будет через 3 дня от «сегодня». День, когда позавчера было "завтра" был 3 дня назад от «сегодня». Так как в неделе 7 дней, то эти равноотстоящие на 3 дня от «сегодня» дни - два последовательных дня. Раз они равноотстоят от понедельника, то это могут быть только четверг и пятница. Значит, «сегодня» - понедельник.

Задание № 4.2

Условие:

Как-то Петя сказал: «День, когда послезавтра станет "вчера", будет так же далеко от субботы, как и тот день, когда позавчера было "завтра"». В какой день недели это сказано?

Ответ:

Суббота

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1.

Задание № 4.3

Условие:

Как-то Петя сказал: «День, когда послезавтра станет "вчера", будет так же далеко от среды, как и тот день, когда позавчера было "завтра"». В какой день недели это сказано?

Ответ:

Среда

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1.

Задание № 4.4

Условие:

Как-то Петя сказал: «День, когда послезавтра станет "вчера", будет так же далеко от пятницы, как и тот день, когда позавчера было "завтра"».

В какой день недели это сказано?

Ответ:

Пятница

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1.

Задание № 5.1

Условие:

На острове Сказочном живут дракончики: с крыльями и без. Дракончик рождается утром без крыльев и два дня ходит пешком. Утром третьего дня у него появляются крылья, а к вечеру он улетает. Сегодня на острове находятся 11 дракончиков с крыльями и 15 без, а вчера было 20 бескрылых и 14 крылатых. Сколько бескрылых дракончиков было на острове позавчера?

Сколько крылатых дракончиков будет на острове завтра?

Ответ:

Бескрылых позавчера - 25

Крылатых завтра - 9

Точное совпадение ответа — 1 балл

Частичное совпадение – 0,5 балла

Решение.

Все дракончики, которые позавчера были бескрылыми, стали крылатыми вчера или сегодня. Поэтому их было $14 + 11 = 25$.

Из вчерашних бескрылых дракончиков 11 отрастили крылья сегодня, а остальные $20 - 11 = 9$ отрастят крылья завтра.

Задание № 5.2

Условие:

На острове Сказочном живут дракончики: с крыльями и без. Дракончик рождается утром без крыльев и два дня ходит пешком. Утром третьего дня у него появляются крылья, а к вечеру он улетает. Сегодня на острове находятся 15 дракончиков с крыльями и 16 без, а вчера было 25 бескрылых и 18 крылатых.

Сколько бескрылых дракончиков было на острове позавчера?

Сколько крылатых дракончиков будет на острове завтра?

Ответ:

Бескрылых позавчера - 33

Крылатых завтра - 10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Частичное совпадение – 0,5 балла

Решение по аналогии с заданием № 5.1.

Задание № 5.3

Условие:

На острове Сказочном живут дракончики: с крыльями и без. Дракончик рождается утром без крыльев и два дня ходит пешком. Утром третьего дня у него появляются крылья, а к вечеру он улетает. Сегодня на острове находятся 13 дракончиков с крыльями и 17 без, а вчера было 23 бескрылых и 15 крылатых.

Сколько бескрылых дракончиков было на острове позавчера?

Сколько крылатых дракончиков будет на острове завтра?

Ответ:

Бескрылых позавчера - 28

Крылатых завтра - 10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Частичное совпадение – 0,5 балла

Решение по аналогии с заданием № 5.1.

Задание № 5.4

Условие:

На острове Сказочном живут дракончики: с крыльями и без. Дракончик рождается утром без крыльев и два дня ходит пешком. Утром третьего дня у него появляются крылья, а к вечеру он улетает. Сегодня на острове находятся 10 дракончиков с крыльями и 20 без, а вчера было 22 бескрылых и 16 крылатых.

Сколько бескрылых дракончиков было на острове позавчера?

Сколько крылатых дракончиков будет на острове завтра?

Ответ:

Бескрылых позавчера - 26

Крылатых завтра - 12

Точное совпадение ответа — 1 балл

Частичное совпадение – 0,5 балла

Решение по аналогии с заданием № 5.1.

Задание № 6.1

Условие:

Лягушка и Кузнечик прыгают к вкусной конфете. Лягушке прыгать до конфеты 270 см, а Кузнечику — 18 прыжков. Один прыжок Кузнечика равен трём лягушачьим. Но пока Кузнечик делает 3 прыжка, Лягушка успевает сделать 5. В этот раз конфета досталась Кузнечику, а Лягушка не допрыгала до конфеты 30 см. Какое расстояние пропрыгал Кузнечик? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ:

432

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Кузнечик сделал 18 прыжков, а Лягушка - $18 : 3 \cdot 5 = 30$ прыжков. Значит, 30 прыжков Лягушки равны $270 - 30 = 240$ см, 1 прыжок Лягушки равен $240 : 30 = 8$ см, 3 прыжка равны 24 см и равны 1 прыжку Кузнечика. Значит, Кузнечик пропрыгал $18 \cdot 24 = 432$ см.

Задание № 6.2

Условие:

Лягушка и Кузнечик прыгают к вкусной конфете. Лягушке прыгать до конфеты 290 см, а Кузнечику — 15 прыжков. Один прыжок Кузнечика равен трём лягушачьим. Но пока Кузнечик делает 3 прыжка, Лягушка успевает сделать 5. В этот раз конфета досталась Кузнечику, а Лягушка не допрыгала до конфеты 40 см. Какое расстояние пропрыгал Кузнечик? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ:

450

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1.

Задание № 6.3

Условие:

Лягушка и Кузнечик прыгают к вкусной конфете. Лягушке прыгать до конфеты 280 см, а Кузнечику — 21 прыжок. Один прыжок Кузнечика равен трём лягушачьим. Но пока Кузнечик делает 3 прыжка, Лягушка успевает сделать 5. В этот раз конфета досталась Кузнечику, а Лягушка не допрыгала до конфеты 35 см. Какое расстояние пропрыгал Кузнечик? Ответ выразите в сантиметрах.?

Ответ:

441

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1.

Задание № 7.1

Условие:

Очень длинная гусеница проползает через трубу за 160 секунд (с момента, когда голова гусеницы окажется в трубе, до момента, когда насекомое полностью оттуда выползет). Червячок, длина которого вдвое больше, а скорость вдвое меньше проползает через эту трубу за 400 секунд. За сколько секунд через эту трубу проползёт сороконожка, длина которой вдвое меньше, а скорость вдвое больше, чем у гусеницы??

Ответ:

70

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Проползая через трубу, гусеница проползает длину трубы и свою длину. Если бы червячок полз с той же скоростью, то прополз бы тоннель за 200 секунд. Значит, гусеница проползала свою первоначальную длину за $200 - 160 = 40$ секунд, а трубу — за $160 - 40 = 120$ секунд. Если сороконожка будет ползти со скоростью гусеницы, то через трубу она будет проползать за $40 : 2 + 120 = 140$ секунд. Раз ее скорость вдвое больше, то за $140 : 2 = 70$ секунд.

Задание № 7.2

Условие:

Очень длинная гусеница проползает через трубу за 240 секунд (с момента, когда голова гусеницы окажется в трубе, до момента, когда насекомое полностью оттуда выползет). Червячок, длина которого вдвое больше, а скорость вдвое меньше проползает через эту трубу за 600 секунд. За сколько секунд через эту трубу проползёт сороконожка, длина которой вдвое меньше, а скорость вдвое больше, чем у гусеницы?

Ответ:

105

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 7.3

Условие:

Очень длинная гусеница проползает через трубу за 180 секунд (с момента, когда голова гусеницы окажется в трубе, до момента, когда насекомое полностью оттуда выползет). Червячок, длина которого вдвое больше, а скорость вдвое меньше проползает через эту трубу за 440 секунд. За сколько секунд через эту трубу проползёт сороконожка, длина которой вдвое меньше, а скорость вдвое больше, чем у гусеницы?

Ответ:

80

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 7.4

Условие:

Очень длинная гусеница проползает через трубу за 200 секунд (с момента, когда голова гусеницы окажется в трубе, до момента, когда насекомое полностью оттуда выползет). Червячок, длина которого вдвое больше, а скорость вдвое меньше проползает через эту трубу за 480 секунд. За сколько секунд через эту трубу проползёт сороконожка, длина которой вдвое меньше, а скорость вдвое больше, чем у гусеницы?

Ответ:

90

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 8.1

Условие:

В деревне живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда лгут. Как-то раз они собирали яблоки и груши, причём все собрали разное количество яблок, и все собрали разное количество груш. После этого каждый житель деревни сделал два заявления:

1. «Не найдётся шести жителей, которые собрали яблок больше, чем я»,
2. «Хотя бы у семи жителей больше груш, чем у меня».

Сколько в деревне было рыцарей?

Сколько в деревне было лжецов?

Ответ:

6 рыцарей; 7 лжецов

Точное совпадение ответа — 1 балл

Частичное совпадение – 0,5 балла

Решение.

1) Если рыцарей больше 6, то рыцарь с наименьшим числом яблок солгал в первом утверждении, значит, рыцарей не больше 6. Если предположить, что их строго меньше 6, то среди 6 человек, собравших наибольшее количество яблок, будет лжец, для которого первое утверждение окажется истинным - такого быть не может. Значит, рыцарей ровно 6.

2) Если лжецов больше 7, то для лжеца с наименьшим количеством груш второе утверждение окажется истинным, чего быть не может. Значит, лжецов не больше 7, но строго меньше 7 их тоже быть не может, поскольку тогда среди 7 человек, собравших наибольшее число груш, будет рыцарь, для которого второе утверждение будет ложным. Значит, лжецов ровно 7.

3) Пример: 6 рыцарей и 7 лжецов: любой рыцарь собрал больше яблок, чем любой лжец, а каждый лжец собрал груш больше, чем любой рыцарь, все условия выполняются.

Задание № 8.2

Условие:

В деревне живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда лгут. Как-то раз они собирали яблоки и груши, причём все собрали разное количество яблок, и все собрали разное количество груш. После этого каждый житель деревни сделал два заявления:

1. «Не найдётся пяти жителей, которые собрали яблок больше, чем я»,
2. «Хотя бы у шести жителей больше груш, чем у меня».

Сколько в деревне было рыцарей?

Сколько в деревне было лжецов?

Ответ:

5 рыцарей; 6 лжецов

Точное совпадение ответа — 1 балл

Частичное совпадение – 0,5 балла

Решение по аналогии с заданием № 8.1.

Задание № 8.3

Условие:

В деревне живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда лгут. Как-то раз они собирали яблоки и груши, причём все собрали разное количество яблок, и все собрали разное количество груш. После этого каждый житель деревни сделал два заявления:

1. «Не найдётся семи жителей, которые собрали яблок больше, чем я»,
2. «Хотя бы у восьми жителей больше груш, чем у меня».

Сколько в деревне было рыцарей?

Сколько в деревне было лжецов?

Ответ:

7 рыцарей; 8 лжецов

Точное совпадение ответа — 1 балл

Частичное совпадение – 0,5 балла

Решение по аналогии с заданием № 8.1.

Задание № 8.4

Условие:

В деревне живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда лгут. Как-то раз они собирали яблоки и груши, причём все собрали разное количество яблок, и все собрали разное количество груш. После этого каждый житель деревни сделал два заявления:

1. «Не найдётся восьми жителей, которые собрали яблок больше, чем я»,
2. «Хотя бы у девяти жителей больше груш, чем у меня».

Сколько в деревне было рыцарей?

Сколько в деревне было лжецов?

Ответ:

8 рыцарей; 9 лжецов

Точное совпадение ответа — 1 балл

Частичное совпадение – 0,5 балла

Решение по аналогии с заданием № 8.1.