Разбор заданий открытой городской олимпиады «Пять с плюсом»

по математике

для 5 класса

2022/23 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

Софья, Тимур, Роберт и Лера катаются на белом велосипеде, красных роликах, белом самокате и зелёном самокате (каждый — на чём-то одном). У Леры и Роберта одинаковые средства передвижения, а у Тимура и Леры — разные, но одного цвета. На чём катается Тимур?

Ответ:

- ✓ Белый велосипед
- o Красные ролики
- o Белый самокат
- o Зелёный самокат

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Так как у Леры и Роберта одинаковые средства передвижения, то у них самокаты. У Тимура и Леры средства одного цвета, то есть белые. Значит, у Леры белый самокат, у Роберта зелёный самокат, у Тимура белый велосипед, у Софьи красные ролики.

Задание № 1.2

Условие:

Софья, Тимур, Роберт и Лера катаются на белом велосипеде, красных роликах, белом самокате и зелёном самокате (каждый — на чём-то одном). У Леры и Роберта одинаковые средства передвижения, а у Тимура и Леры — разные, но одного цвета. На чём катается Софья?

Ответ:

- o Белый велосипед
- ✓ Красные ролики
- o Белый самокат
- o Зелёный самокат

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 1.3

Условие:

Софья, Тимур, Роберт и Лера катаются на белом велосипеде, красных роликах, белом самокате и зелёном самокате (каждый — на чём-то одном). У Леры и Роберта одинаковые средства передвижения, а у Тимура и Леры — разные, но одного цвета. На чём катается Роберт?

Ответ:

- o Белый велосипед
- o Красные ролики
- o Белый самокат
- ✓ Зелёный самокат

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 1.4

Условие:

Софья, Тимур, Роберт и Лера катаются на белом велосипеде, красных роликах, белом самокате и зелёном самокате (каждый — на чём-то одном). У Леры и Роберта одинаковые средства передвижения, а у Тимура и Леры — разные, но одного цвета. На чём катается Лера?

Ответ:

- o Белый велосипед
- o Красные ролики
- ✓ Белый самокат
- o Зелёный самокат

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 1.1.

Задание № 2.1

Условие:

Во время тумана дозорный может видеть не более чем на 20 метров от себя во все стороны. Какое наименьшее число дозорных нужно поставить вдоль 400-метровой стены во время тумана, чтобы шпион не смог проникнуть незамеченным?

Ответ: 10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Так как дозорный видит не дальше 20 метров от себя, то он может наблюдать не более 40 метров стены – слева и справа от себя. Тогда дозорных потребуется не меньше 400:40=10. Заметим, что десяти дозорных хватит: разделим стену на 10 участков длиной 40 метров и в середину каждого из них поставим дозорного. Вся стена будет просматриваться.

Задание № 2.2

Условие:

Во время тумана дозорный может видеть не более чем на 10 метров от себя во все стороны. Какое наименьшее число дозорных нужно поставить вдоль 400-метровой стены во время тумана, чтобы шпион не смог проникнуть незамеченным?

Ответ: 20

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1.

Задание № 2.3

Условие:

Во время тумана дозорный может видеть не более чем на 20 метров от себя во все стороны. Какое наименьшее число дозорных нужно поставить вдоль 600-метровой стены во время тумана, чтобы шпион не смог проникнуть незамеченным?

Ответ: 15

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 2.1.

Задание № 3.1

Условие:

В словах СОЧИ, ЧИТА, ГРАД буквы заменены цифрами. Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми буквами — одинаковые. Получились записанные в каком-то порядке три числа: 2634, 1985, 3478. Какое число получится при такой замене из слова ГИТАРИСТ?

Ответ: 14789427

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Заметим, что СОЧИ оканчивается на ЧИ, а ЧИТА начинается на ЧИ. Среди данных чисел последние две цифры одного совпадают с первыми двумя цифрами другого, только у 2634 и 3478. Значит, СОЧИ = 2634, ЧИТА = 3478, ГРАД = 1985. С = 2, О = 6, Ч = 3, И = 4, Т = 7, А = 8, Г = 1, Р = 9, Д = 5. ГИТАРИСТ = 14789427.

Задание № 3.2

Условие:

В словах СОЧИ, ЧИТА, ГРАД буквы заменены цифрами. Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми буквами — одинаковые. Получились записанные в каком-то порядке три числа: 2634, 1985, 3478. Какое число получится при такой замене из слова САРАГОСА?

Ответ: 28981628

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1.

Задание № 3.3

Условие:

В словах СОЧИ, ЧИТА, ГРАД буквы заменены цифрами. Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми буквами — одинаковые. Получились записанные в каком-то порядке три числа: 2634, 1985, 3478. Какое число получится при такой замене из слова СТАРОСТА?

Ответ: 27896278

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1.

Задание № 3.4

Условие:

В словах СОЧИ, ЧИТА, ГРАД буквы заменены цифрами. Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми буквами — одинаковые. Получились записанные в каком-то порядке три числа: 2634, 1985, 3478. Какое число получится при такой замене из слова РАДИОЧАСТОТА?

Ответ: 985463827678

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 3.1.

Задание № 4.1

Условие:

Во время математической игры команда из десяти пятиклассников решила 56 задач. При этом известно, что каждый справился хотя бы с одной задачей, каждую задачу решил ровно один школьник и нет двух человек, решивших одинаковое число задач. Сколько задач решил каждый?

Ответы запишите в порядке возрастания.

Ответ:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	11

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Упорядочим детей по количеству решённых задач. Тогда первый решил не менее одной задачи, второй – не менее двух, и так далее, десятый – не менее десяти. Тогда всего решенных задач должно быть не менее 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55. Значит, один из четвероклассников решил на одну задачу больше, чем указанное минимальное количество. Это не могли быть школьники с первого по девятый, так как тогда у следующих за ними тоже увеличится количество решенных задач. Значит, последний решил не 10, а 11 задач.

Задание № 4.2

Условие:

Во время математической игры команда из одиннадцати пятиклассников решила 67 задач. При этом известно, что каждый справился хотя бы с одной задачей, каждую задачу решил ровно один школьник и нет двух человек, решивших одинаковое число задач. Сколько задач решил каждый?

Ответы запишите в порядке возрастания.

Ответ:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1.

Задание № 4.3

Условие:

Во время математической игры команда из девяти пятиклассников решила 46 задач. При этом известно, что каждый справился хотя бы с одной задачей, каждую задачу решил ровно один школьник и нет двух человек, решивших одинаковое число задач. Сколько задач решил каждый?

Ответы запишите в порядке возрастания.

Ответ:

1	2	3	4	5	6	7	8	10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 4.1.

Задание № 5.1

Условие:

В «Сириусе» в Олимпийском парке трое пятиклассников приняли участие в Космическом забеге. Первым из них побежал Ваня, вторым — Илья, затем — Влад. Во время гонки Ваня опережал двух других 10 раз, Влад — 6 раз, Илья — 4 раза, причём все трое ни разу не оказывались в одной точке одновременно. Все финишировали в разное время. Кто среди них финишировал первым?

Ответ:

- ✓ Ваня
- o Влад
- o Илья

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Ваня стартовал первым. Чтобы он смог совершить 10 обгонов, необходимо чтобы Илья и Влад обогнали его хотя бы 10 раз. Так как общее количество обгонов Ильи и Влада равно 6 + 4 = 10, то они обгоняли только Ваню и не обгоняли друг друга. После того, как Ваня совершил все 10 обгонов, он опять оказался первым. Значит, пятиклассники финишировали в том же порядке, в котором и стартовали.

Задание № 5.2

Условие:

В «Сириусе» в Олимпийском парке трое пятиклассников приняли участие в Космическом забеге. Первым из них побежал Ваня, вторым — Илья, затем — Влад. Во время гонки Ваня опережал двух других 10 раз, Влад — 6 раз, Илья — 4 раза, причём все трое ни разу не оказывались в одной точке одновременно. Все финишировали в разное время. Кто среди них финишировал вторым?

Ответ:

- o Ваня
- o Влад
- ✓ Илья

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 5.1.

Задание № 5.3

Условие:

В «Сириусе» в Олимпийском парке трое пятиклассников приняли участие в Космическом забеге. Первым из них побежал Ваня, вторым — Илья, затем — Влад. Во время гонки Ваня опережал двух других 10 раз, Влад — 6 раз, Илья — 4 раза, причём все трое ни разу не оказывались в одной точке одновременно. Все финишировали в разное время. Кто среди них финишировал третьим?

Ответ:

- o Ваня
- ✓ Влад
- o Илья

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 5.1.

Задание № 6.1

Условие:

Шахматисту Коле родители подарили торт размером 8 дм × 8 дм в виде шахматной доски. Торт разрезали на куски квадратной и прямоугольной формы 2 дм × 2 дм и 1 дм × 4 дм. Коля посчитал общую длину разрезов, которая составила 54 дм.

Сколько кусочков торта каждого вида получилось?

Ответ:

Прямоугольных	Квадратных
6	10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

В квадрате 8×8 – 64 клетки, а в каждой из полученных кусочков – по четыре клетки. Поэтому всего получилось $64 : 4 = 16$ кусочков. Найдём сумму периметров всех получившихся кусочков. Так как граница каждого разреза входит в периметр двух кусочков, то прибавим к периметру квадрата удвоенную длину разрезов: $32 + 2\cdot54 = 140$. Периметр квадрата 2×2 равен 8, а периметр прямоугольника равен 10. Если бы все 16 кусочков были квадратами, то их суммарный периметр был бы равен $16\cdot8 = 128$, что на 12 меньше, чем на самом деле. Для увеличения общего периметра на 12 требуется 6 квадратных кусочков заменить на прямоугольные. Поэтому прямоугольников было 6, а квадратов – 10.

Задание № 6.2

Условие:

Шахматисту Коле родители подарили торт размером 8 дм × 8 дм в виде шахматной доски. Торт разрезали на куски квадратной и прямоугольной формы 2 дм × 2 дм и 1 дм × 4 дм. Коля посчитал общую длину разрезов, которая составила 56 дм.

Сколько кусочков торта каждого вида получилось?

Ответ:

Прямоугольных	Квадратных
8	8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1.

Задание № 6.3

Условие:

Шахматисту Коле родители подарили торт размером 8 дм × 8 дм в виде шахматной доски. Торт разрезали на куски квадратной и прямоугольной формы 2 дм × 2 дм и 1 дм × 4 дм. Коля посчитал общую длину разрезов, которая составила 58 дм.

Сколько кусочков торта каждого вида получилось?

Ответ:

Прямоугольных	Квадратных
10	6

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 6.1.

Задание № 7.1

Условие:

Сумма нескольких натуральных чисел равна 24, а произведение этих же чисел равно 630. Найдите эти числа, если известно, что их было 5.

Ответы запишите в любом порядке.

Ответ:

1	2	5	7	9
1	3	3	7	10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Разложим 630 на множители: $630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$. Сгруппируем эти множители так, чтобы в сумме получилось 24: $24 = 1 + 2 + 5 + 7 + 9$; или так: $24 = 1 + 3 + 3 + 7 + 10$.

Задание № 7.2

Условие:

Сумма нескольких натуральных чисел равна 30, а произведение этих же чисел равно 630. Найдите эти числа, если известно, что их было 5.

Ответы запишите в любом порядке.

Ответ:

1	1	6	7	15
1	1	5	9	14

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 7.3

Условие:

Сумма нескольких натуральных чисел равна 26, а произведение этих же чисел равно 630. Найдите эти числа, если известно, что их было 5.

Ответы запишите в любом порядке.

Ответ:

1	3	3	5	14

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 7.4

Условие:

Сумма нескольких натуральных чисел равна 28, а произведение этих же чисел равно 630. Найдите эти числа, если известно, что их было 5.

Ответы запишите в любом порядке.

Ответ:

1	2	3	7	15
1	1	7	9	10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 7.1.

Задание № 8.1

Условие:

В волшебном лесу между домиками Кеши, Тучки и Лисички проложены дорожки так, что от любого домика можно добраться до любого другого напрямую. От домика Кеши до домика Тучки напрямую на 200 метров ближе, чем через домик Лисички. От Кеши до Лисички — на 300 метров ближе, чем через Тучку. Найдите расстояние между домиками Тучки и Лисички.

Ответ: 250

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Обозначим домик Кеши буквой К, домик Тучки – буквой Т, домик Лисички – буквой Л. Длина маршрута К-Т на 200 метров меньше длины маршрута К-Л-Т, а длина маршрута К-Л на 300 метров меньше длины маршрута К-Т-Л. Значит, длина маршрута Т-Л-К-Т-Л равна сумме длины маршрута Л-К-Т и 500 метров. При этом второй маршрут отличается от первого на две длины маршрута Т-Л. Значит, расстояние между домиками Тучки и Лисички равно $500 : 2 = 250$ метров.

Задание № 8.2

Условие:

В волшебном лесу между домиками Кеши, Тучки и Лисички проложены дорожки так, что от любого домика можно добраться до любого другого напрямую. От домика Кеши до домика Тучки напрямую на 300 метров ближе, чем через домик Лисички. От Кеши до Лисички — на 400 метров ближе, чем через Тучку. Найдите расстояние между домиками Тучки и Лисички.

Ответ: 350

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1.

Задание № 8.3

Условие:

В волшебном лесу между домиками Кеши, Тучки и Лисички проложены дорожки так, что от любого домика можно добраться до любого другого напрямую. От домика Кеши до домика Тучки напрямую на 300 метров ближе, чем через домик Лисички. От Кеши до Лисички — на 500 метров ближе, чем через Тучку. Найдите расстояние между домиками Тучки и Лисички.

Ответ: 400

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1.

Задание № 8.4

Условие:

В волшебном лесу между домиками Кеши, Тучки и Лисички проложены дорожки так, что от любого домика можно добраться до любого другого напрямую. От домика Кеши до домика Тучки напрямую на 200 метров ближе, чем через домик Лисички. От Кеши до Лисички — на 400 метров ближе, чем через Тучку. Найдите расстояние между домиками Тучки и Лисички.

Ответ: 300

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием № 8.1.